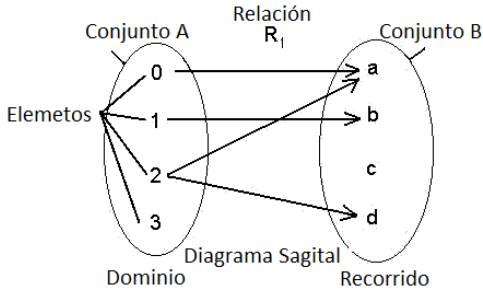


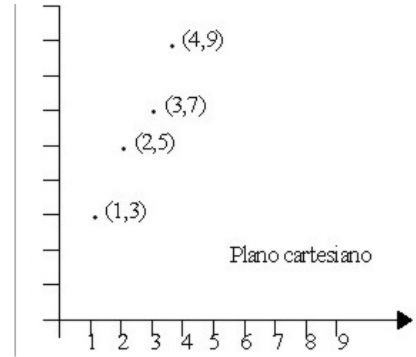
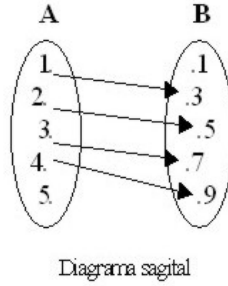
Relaciones y Funciones



Relación es la correspondencia de un primer conjunto, llamado **Dominio**, con un segundo conjunto, llamado **Recorrido o Rango**, de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del Recorrido o Rango. Toda relación queda definida si se conoce el conjunto de partida, el conjunto de llegada y la regla mediante la cual se asocian los elementos

El **dominio** de una relación es el conjunto de **preimágenes**; es decir, el conjunto formado por los elementos del conjunto de partida.

El **recorrido o rango** de una relación es el conjunto de **imágenes**; es decir, el conjunto formado por los elementos del conjunto de llegada

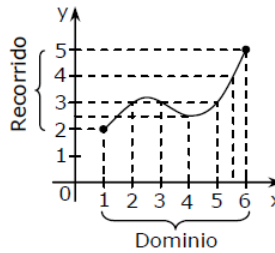


Funciones

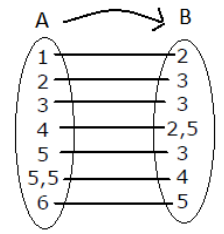
Sean A y B conjuntos no vacíos. Una función de A en B es una relación que asigna a cada elemento del dominio (conjunto A) **uno y sólo un elemento** del recorrido (conjunto B).

$$f : A \rightarrow B$$

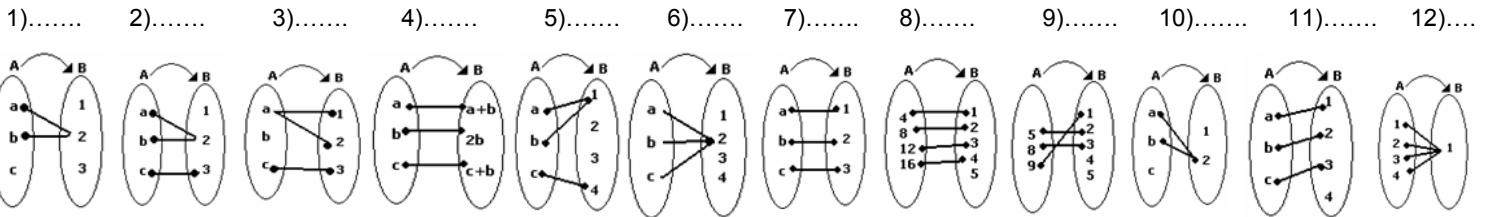
$$x \rightarrow f(x) = y$$



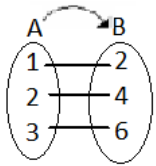
x	y
1	2
2	3
3	3
4	2,5
5	3
5,5	4
6	5



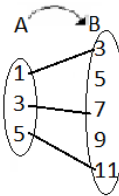
Ejemplos: De los diagramas que se presentan a continuación, diga cuales representan una función:



Criterios de la función:

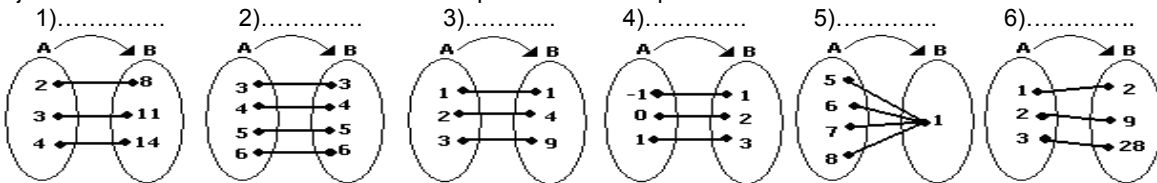


Ejemplo: Si $A=\{1,3,5\}$ y $B=\{2,4,6\}$ y su correspondencia es el doble
* Entonces el criterio de la función es: $f(x)=2x$



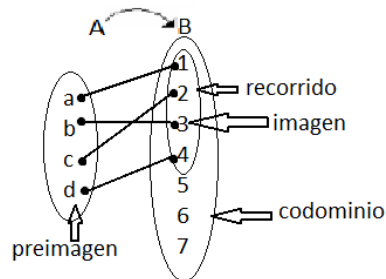
Ejemplo: Si $A=\{1,2,3\}$ y $B=\{3,5,7,9,11\}$ y su correspondencia es el doble mas uno
* Entonces el criterio de la función es: $f(x)=2x + 1$

Ejercicios: determine el criterio de la función para cada correspondencia



Conceptos básicos de función

- El conjunto A se llama conjunto de partida o **dominio**, se puede representar como D_f
- El conjunto B se llama conjunto de llegada o **codominio**.
- Se llaman **preimágenes** a los elementos del conjunto de partida o dominio
- Se llaman **imágenes** a los elementos del conjunto de llegada o codominio que están asociados a una preimágen, mediante el criterio de función.
- Se llama **RECORRIDO** de una función al conjunto formado por las imágenes.
- Este conjunto es un subconjunto del codominio, se puede representar como Rec.



Para ilustrar los conceptos anteriores usaremos el siguiente diagrama

Dominio: {a,b,c,d}
Codominio: {1,2,3,4,5,6,7}
Recorrido: {1,2,3,4}

Función compuesta

Dos funciones f y g pueden combinarse para formar una función compuesta, de las siguientes maneras:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$f(x^2+1) = 2(x^2+1)+5$$

$$= 2x^2+7$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$g(2x+5) = (2x+5)^2+1$$

$$= 4x^2+20x+26$$

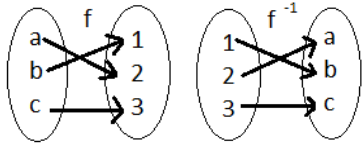
Ejemplo: $f(x) = 2x+5$ $g(x) = x^2+1$

Función inversa o Función recíproca

Definición: toda función

$f: A \rightarrow B$ posee una relación inversa

$f^{-1}: B \rightarrow A$, esta función es inversa si y solo si f es una función biyectiva



Ejemplo: Calcular la **función inversa** de:

Cálculo de la función inversa

1. Se escribe la ecuación de la función con x e y .
2. Se despeja la variable x en función de la variable y .
3. Se intercambian las variables.

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

$$y = \frac{2x+3}{x-1} \quad \text{multiplicar por } (x-1)$$

$$y(x-1) = 2x+3$$

$$xy - y = 2x+3$$

$$xy - 2x = 3+y$$

$$x(y-2) = 3+y$$

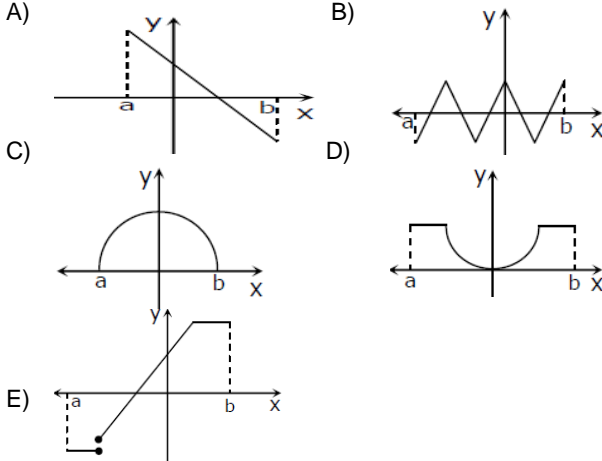
$$x = \frac{3+y}{y-2}$$

$$y = \frac{3-x}{x-2} \quad \text{cambio de variables}$$

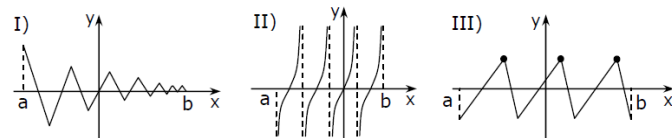
$$f^{-1}(x) = \frac{3-x}{x-2}$$

Ejercicios:

1. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos **no** representa una función en el intervalo $[a, b]$?



2. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa una función en el intervalo $[a, b]$?



A) Sólo I B) I y II C) I y III D) II y III E) I, II y III

3. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$?

A) $\mathbb{R} - \{1\}$ B) $\mathbb{R} - \{4\}$
C) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ D) $\mathbb{R} - \{-2, 1, 2\}$ E) $\mathbb{R} - \{1, 4\}$

4. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, una función definida por $f(x) = x^4 + 1$. ¿Cuál es el recorrido de la función $f(x)$?

A) \mathbb{R} B) $[0, 1]$ C) $[0, 1[$ D) $[0, +\infty[$ E) $[1, +\infty[$

5. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, una función definida por $f(x) = 3x + 2$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $D_f = R_f$ II) La imagen de 0 es $-2/3$
III) La pre-imagen de 11 es 3.
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III D) I y III E) I, II y III

6. Si $f(x) = 3x - 1$, ¿cuál es el valor de $f(-1)$?

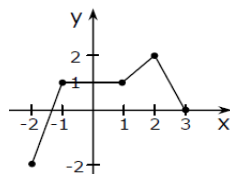
A) -4 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

7. Si $f(x) = x^2 - 1$, ¿cuál de las siguientes relaciones es **falsa**?

A) $f(-1) = f(1)$ B) $f(1) < f(3)$ C) $f(-2) > f(1)$
D) $f(0) < 0$ E) $f(0) > f(-1)$

8. Con respecto al gráfico de la función f de la figura, ¿cuál de las siguientes alternativas es **falsa**?

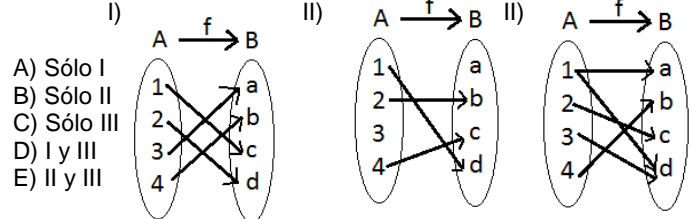
A) $f(-2) = -f(2)$
B) $f(0) = f(0,5)$
C) $f(1) > f(3)$
D) f es creciente en el intervalo $[-2, 3]$.
E) f es decreciente en el intervalo $[2, 3]$.



9. Si $f(x) = 4$, y $h(x) = x$, entonces ¿cuál es el valor de la expresión $f(0,5) \cdot h(4)$?

A) 2 B) 3 C) 4,5 D) 6 E) 16

10. ¿Cuál(es) de los siguientes diagramas representa(n) una función f de A en B ?



11. Siendo $A = \{2, 3, 5\}$ y $B = \{1, 7\}$, ¿cuál de los siguientes conjuntos define una función de B hacia A ?

A) $\{(1, 2)\}$ B) $\{(1, 3), (1, 5)\}$
C) $\{(1, 5), (7, 3)\}$ D) $\{(1, 1), (7, 7)\}$
E) $\{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (7, 2), (7, 3), (7, 5)\}$

12. Si $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \\ x - 4 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$, entonces se afirma que:

I) $f(3) = 7$ II) $f(1) = -3$ III) $f(0) = -4$
De las igualdades, es(son) verdadera(s):
A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo I y II
D) Sólo II y III E) Todas las anteriores

13. La función de \mathbb{N} a \mathbb{N} que le hace corresponder a cada número natural "ene" el triple del cuadrado de su sucesor está dada por la fórmula matemática:

A) $f(n) = 3(n+1)^2$ B) $f(n) = 3n^2 + 1$ C) $f(n) = 3(n^2 + 1)$
D) $f(n) = (3n)^2 + 1$ E) $f(n) = (3n+1)^2$

14. Sean los conjuntos: $A = \{1, 2, 3, 5\}$ y $B = \{a, b, c, d\}$ y una cierta función $f: A \rightarrow B$ definida como sigue $f(1)=b$; $f(2)=a$; $f(3)=c$ y $f(5)=a$. Entonces, de las afirmaciones siguientes, es(son) verdadera(s):

I. "a" es la imagen de 2 y de 5 II. La preimagen de "b" es 1
III. El conjunto A es el dominio de la función
IV. El conjunto B es el recorrido de la función
A) Sólo III y IV B) Sólo I C) I, II y III
D) Todas E) N.A.

15. Sea $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 4x + 20$ y $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $g(x) = 2x^2 + 2$; entonces $f(g(10)) =$

A) 60 B) 202 C) 262 D) 828 E) 848

16. Si $f(x) = 3x - 2$, entonces $f(h+1) - f(h-1)$ es:

A) $6h + 5$ B) 6 C) $6h + 6$ D) $3(h+1)$ E) N.A.

17. Si $f(x) = x^2 - 1$, entonces el valor de $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ es:

A) $2x^2 + 2hx + h^2$ B) $2x + h$ C) $x + h$
D) $2\sqrt{x} + x^2 + h$ E) N.A.

18. Hallar la función inversa de:

a) $f(x) = 2x + 1$ b) $f(x) = \frac{2x-3}{4}$ c) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$
d) $f(x) = x^2$ e) $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ f) $f(x) = \sqrt{x}$

